

کد کنترل

121

A



121A

آزمون سراسری ورودی دانشگاه‌های کشور - سال ۱۴۰۲

دفترچه شماره ۱ از ۲

صبح جمعه
۱۴۰۱/۱۰/۳۰



جمهوری اسلامی ایران
وزارت علوم، تحقیقات و فناوری
سازمان سنجش آموزش کشور

«اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می‌شود.»
امام خمینی (ره)

آزمون اختصاصی
گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

عنوان مواد امتحانی، تعداد، شماره سوالات و مدت پاسخ‌گویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخ‌گویی
۱	ریاضیات	۴۰	۱	۴۰	۷۰ دقیقه

استفاده از ماشین حساب ممنوع می‌باشد

این آزمون نمره منفی دارد

حق چاپ، تکثیر و انتشار سوالات به هر روش (الکترونیکی و ...) پس از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز این سازمان مجاز می‌باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می‌شود.

نوبت اول دی ماه ۱۴۰۱

* داوطلب گرامی، عدم درج مشخصات و امضاء در سندرجات جدول ذیل، به منزله عدم حضور شما در جلسه آزمون است.

اینجانب..... با شماره داوطلبی..... با آگاهی کامل، یکسان بودن شماره صندلی خود را با شماره داوطلبی مندرج در بالای کارت ورود به جلسه، بالای پاسخنامه و دفترچه سؤالات، نوع و کدکنترل درج شده بر روی دفترچه سؤالات و پائین پاسخنامه را تأیید می‌نمایم.

امضاء:

۱- با ضرب سه جمله متوالی یک دنباله هندسی به ترتیب در ۴، ۸ و ۱۶، یک دنباله حسابی به دست می‌آید. اگر مجموع

مربعات سه جمله هندسی برابر مجموع جملات حسابی باشد، جمله اول دنباله هندسی کدام است؟

$$\frac{32}{7} \quad (1) \quad \frac{64}{7} \quad (2) \quad \frac{24}{5} \quad (3) \quad \frac{48}{5} \quad (4)$$

۲- رأس سهمی $y = kx^2 - 4x - 6$ روی خط $y = -4x - 4$ قرار دارد. عرض رأس سهمی کدام است؟

$$2 \quad (1) \quad 6 \quad (2) \quad -4 \quad (3) \quad -8 \quad (4)$$

۳- اگر A، B و C سه مجموعه ناتهی از مجموعه مرجع U باشند، مجموعه $C - ((A - B)' - (B - C)) - C$ با کدام مجموعه برابر است؟

$$A' - (B \cup C) \quad (1) \quad B - (A \cup C) \quad (2) \quad C - (A \cup B) \quad (3) \quad (A' \cup B') - C \quad (4)$$

۴- کدام گزاره زیر، همارز منطقی گزاره $(p \wedge r) \vee (q \wedge r) \vee (p \wedge r)$ است؟

$$q \quad (1) \quad r \quad (2) \quad r \vee p \quad (3) \quad p \vee q \quad (4)$$

۵- معادله‌های $x^2 + 6x + m = 0$ و $x^2 + 2x - 3m = 0$ یک ریشه مشترک غیرصفر دارند. اختلاف ریشه‌های

غیرمشترک کدام است؟

$$3 \quad (1) \quad 2 \quad (2) \quad 4 \quad (3) \quad 7 \quad (4)$$

۶- نمودار تابع $y = \frac{2}{x^2 - 3x + 2}$ ، به ازای چند مقدار صحیح بین دو خط افقی $y = 0$ و $y = -3$ واقع می‌شود؟

$$1 \quad (1) \quad 3 \quad (2) \quad 4 \quad (3) \quad \text{صفر} \quad (4)$$

محل انجام محاسبات

۷- نقاط $A(0,1)$ و $B(4,-2)$ دو رأس مجاور مربع $ABCD$ هستند. طول مختصات نقطه D در ربع سوم، کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) -۲ (۳) -۳ (۴) -۴

۸- توابع $f(x) = \log(2x-5)$ و $g(x) = x + \sqrt{3x-4}$ را در نظر بگیرید. اگر نمودار $y = g^{-1} \circ f^{-1}(x)$ محور y ها را در α قطع کند، مقدار α کدام است؟

- (۱) $4 - \sqrt{2}$ (۲) $4 - \sqrt{3}$ (۳) $4 + \sqrt{2}$ (۴) $4 + \sqrt{3}$

۹- نمودار $f(x) = 2 + 2^{h-bx}$ نمودار تابع $g(x) = -x^2 - 3x + 8$ را در نقطه‌ای به طول ۱ قطع می‌کند. اگر $f^{-1}(10) = -1$ باشد، مقدار $2b-a$ کدام است؟

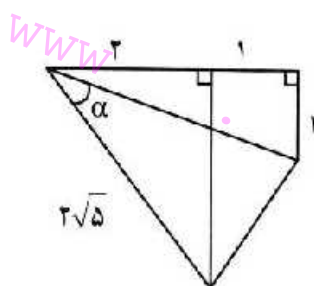
- (۱) ۳ (۲) ۲ (۳) -۳ (۴) -۲

۱۰- معادله $\frac{1}{x+2} - \frac{x^2-9x-2}{x^2+8} = \frac{6x}{x^2-2x+4}$ دارای چند جواب مثبت است؟

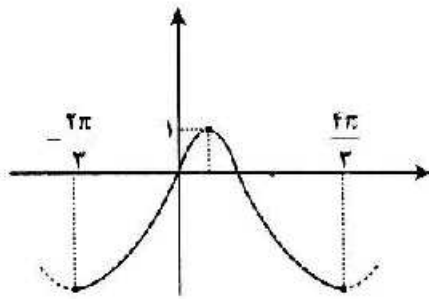
- (۱) صفر (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱

۱۱- در شکل زیر، مقدار $\cos \alpha$ چقدر است؟

- (۱) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
 (۲) $\frac{\sqrt{2}}{2}$
 (۳) $\frac{\sqrt{3}}{10}$
 (۴) $\frac{\sqrt{2}}{10}$



۱۲- شکل زیر، قسمتی از نمودار $y = a + b \cos(cx - \frac{\pi}{4})$ را نشان می‌دهد. مقدار $b(c-a)$ کدام است؟



(۱) ۲

(۲) ۳

(۳) ۴

(۴) ۶

۱۳- مجموع جواب‌های معادله مثلثاتی $\cos(\frac{17\pi}{8} + x) \cos(\frac{7\pi}{8} - x) = \cos^2(\frac{\pi}{3})$ در بازه $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ کدام است؟

(۴) $\frac{\pi}{4}$ (۳) $\frac{2\pi}{3}$ (۲) $\frac{\pi}{3}$ (۱) $\frac{\pi}{2}$

۱۴- اگر $f(x) = \left| \frac{1}{x} - 1 \right|$ و شکل زیر نمودار تابع $g(x)$ باشد، معادله $g(f(g(x+2))) = 0$ چند ریشه دارد؟



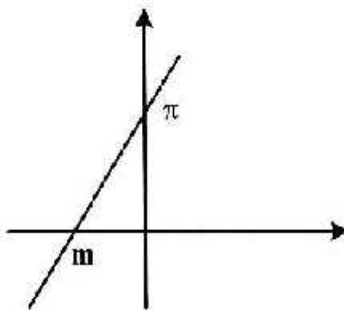
(۱) ۱

(۲) ۲

(۳) ۳

(۴) ۴

۱۵- شکل زیر، نمودار تابع f^{-1} را نشان می‌دهد. اگر $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f^{-1}(x)}{f(x)} = \pi$ باشد، مقدار m کدام است؟

(۱) $-\sqrt{\pi}$ (۲) $-\frac{1}{\sqrt{\pi}}$ (۳) $-\frac{1}{\pi}$ (۴) $-\pi\sqrt{\pi}$ 

- ۱۶- اگر تابع $f(x) = \begin{cases} |x - |x|| & \text{زوج} \\ |x - |x - a|| & \text{فرد} \end{cases}$ در \mathbb{R} پیوسته باشد، مجموعه مقادیر $|a|$ شامل چند عضو است؟
- (۱) صفر (۲) ۲ (۳) ۱ (۴) ۳
- ۱۷- تابع $f(x) = \frac{x}{1 - |x|}$ چند نقطه بحرانی دارد؟
- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳
- ۱۸- به ازای کدام مقدار a ، اختلاف شیب نیم‌خط‌های مماس چپ و راست بر منحنی تابع $f(x) = |4x - 3| \sqrt{ax}$ ، در نقطه $x = \frac{3}{4}$ برابر $2\sqrt{6}$ می‌شود؟
- (۱) ۲ (۲) ۸ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{1}{8}$
- ۱۹- نمودار تابع $f(x) = (m^2 - 1)x^2 + (2 - m)x + 5$ محور x ها را در α و β قطع می‌کند. اگر مجموع α و β بیشترین مقدار باشد، m کدام است؟
- (۱) $2 + \sqrt{5}$ (۲) $2 + \sqrt{3}$ (۳) $2 - \sqrt{5}$ (۴) $2 - \sqrt{3}$
- ۲۰- ۵ نفر قرار است در یک جلسه سخنرانی کنند. در چند حالت، دو نفر خاص پشت سر هم سخنرانی می‌کنند؟
- (۱) ۲۴ (۲) ۴۸ (۳) ۷۲ (۴) ۹۶
- ۲۱- در پرتاب همزمان دو ناس، اعداد روشده m و n هستند. با کدام احتمال، معادله $x^2 - mx + n = 0$ دارای دو ریشه حقیقی و متمایز است؟
- (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{5}{6}$ (۴) $\frac{4}{9}$
- ۲۲- پیشامدهای ناسازگار A و B از فضای نمونه‌ای S هستند. اگر $P(A) = \frac{1}{6}$ و $P(B) = \frac{1}{4}$ باشد، مقدار $P(B' | A')$ کدام است؟
- (۱) $5/7$ (۲) $5/8$ (۳) $5/55$ (۴) $5/75$
- ۲۳- در یک دسته از اعداد، چهار عدد فرد یک رقمی در اختیار داریم. دوتای آنها را با کوچک‌ترین عدد زوج بعد از خود و دوتای دیگر را با بزرگ‌ترین عدد زوج قبل از خود جایگزین می‌کنیم به طوری که اعداد در دسته دوم (دسته جدید) تک رقمی و غیر تکراری باشند. نسبت ضریب تغییرات دسته اول به دسته دوم کدام است؟
- (۱) $5/2\sqrt{5}$ (۲) $5/4\sqrt{10}$ (۳) $\sqrt{2}$ (۴) $1/25$

۲۴- سه کیسه یکسان، هر کدام شامل ۱۰ گوی در اختیار داریم. کیسه اول دارای گوی‌های سبز، کیسه دوم دارای گوی‌های قرمز و کیسه سوم دارای ۲ گوی قرمز و ۸ گوی سبز است. کیسه‌ای به تصادف انتخاب کرده، یک گوی خارج می‌کنیم و می‌بینیم که قرمز است. با کدام احتمال همه گوی‌های آن کیسه قرمز است؟

$$\frac{5}{6} \quad (۴)$$

$$\frac{1}{6} \quad (۳)$$

$$\frac{2}{3} \quad (۲)$$

$$\frac{1}{3} \quad (۱)$$

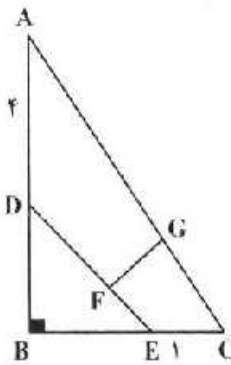
۲۵- در شکل زیر، اگر $\frac{AC}{CG} = \frac{DE}{EF} = 4$ باشد، اندازه FG کدام است؟

$$1 \quad (۱)$$

$$1/25 \quad (۲)$$

$$1/5 \quad (۳)$$

$$1/75 \quad (۴)$$



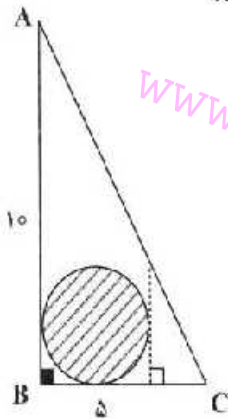
۲۶- اگر اندازه اضلاع قائمه مثلث ABC، ۵ و ۱۰ باشد، مساحت ناحیه هاشور خورده، کدام است؟

$$\frac{25}{9}\pi \quad (۱)$$

$$\frac{16}{9}\pi \quad (۲)$$

$$\frac{9}{4}\pi \quad (۳)$$

$$\frac{5}{4}\pi \quad (۴)$$



۲۷- در یک n ضلعی، با کم شدن یک ضلع، ۱۶ قطر از تعداد قطرهای آن کم می‌شود. اگر دو ضلع کم شود، چند قطر از تعداد قطرهای آن کم می‌شود؟

$$33 \quad (۴)$$

$$32 \quad (۳)$$

$$31 \quad (۲)$$

$$30 \quad (۱)$$

۲۸- در فضا، دو خط ℓ_1 و ℓ_2 موازی هستند. اگر خط d خط ℓ_1 را در یک نقطه قطع کند، کدام مورد در خصوص وضعیت خط d و ℓ_2 همواره درست است؟

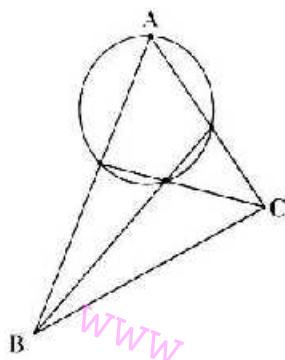
- (۱) متافرنند. (۲) موازی‌اند. (۳) غیرمقاطع‌اند. (۴) غیرموازی‌اند.

۲۹- یک دایره به شعاع ۲، داخل دوزنقه متساوی‌الساقینی محاط شده است. اگر یکی از زوایای دوزنقه 60° درجه باشد، مساحت این دوزنقه کدام است؟

- (۱) $\frac{12}{\sqrt{3}}$ (۲) $\frac{16}{\sqrt{3}}$ (۳) $\frac{24}{\sqrt{3}}$ (۴) $\frac{32}{\sqrt{3}}$

۳۰- در شکل زیر، نیمسازهای زاویه‌های B و C در مثلث ABC رسم شده‌اند. اگر چهارضلعی داخل دایره محاطی باشد، زاویه A چند درجه است؟

- (۱) 90°
(۲) 75°
(۳) 60°
(۴) 45°



۳۱- دو دایره با شعاع یکسان در نقاط $(1, 4)$ و $(3, 2)$ همدیگر را قطع می‌کنند. اگر فاصله بین مراکز دو دایره، دو برابر فاصله بین نقاط تقاطع باشد، فاصله بین نقاط برخورد یکی از دایره‌ها با محور x ها کدام است؟

- (۱) ۸ (۲) ۶ (۳) $2\sqrt{2}$ (۴) $4\sqrt{2}$

۳۲- اندازه تصویر قائم بردار $(2, -a, 3)$ بر امتداد بردار $(1, 0, a)$ برابر $\frac{5}{\sqrt{2}}$ است. اختلاف مقادیر a کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۷ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) $\frac{10}{7}$

۳۳- از کانون سهمی $y^2 - x - 4y + 2 = 0$ خطی عمود بر محور تقارن آن رسم می‌شود تا سهمی را در نقاط A و B قطع کند. مساحت مثلثی با رئوس A، B و رأس سهمی، چقدر است؟

(۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{1}{8}$ (۴) $\frac{1}{12}$

۳۴- اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 1 \\ 0 & -2 & -1 \end{bmatrix}$ ، $B = \begin{bmatrix} 1 & x & -1 \\ 1 & 1 & x \\ x & 1 & -1 \end{bmatrix}$ ، $C = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}$ و $D = ABC$ باشد، به ازای کدام مقدار

x، مجموع درایدهای قطر اصلی و فرعی ماتریس D برابر هستند؟

(۱) -۴ (۲) -۳ (۳) ۵ (۴) ۶

۳۵- اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & 2 & -3 \\ 3 & -2 & 4 \end{bmatrix}$ باشد، مقدار $||A||A||$ کدام است؟

(۱) -۱ (۲) ۱ (۳) -۱۶ (۴) ۱۶

۳۶- باقیمانده تقسیم عدد $9 \times (21^{22} - 24^{23})$ بر عدد ۵۶ چقدر است؟

(۱) ۷ (۲) ۵ (۳) ۳ (۴) ۱

۳۷- معادله سیاله $17x + 18y = 987$ در مجموعه اعداد طبیعی، چند دسته جواب دارد؟

(۱) ۶ (۲) ۵ (۳) ۴ (۴) ۳

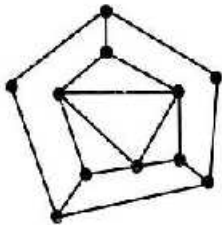
۳۸- شکل زیر، گراف G را نشان می‌دهد. مقدار $\gamma(G)$ کدام است؟

(۱) ۲

(۲) ۳

(۳) ۴

(۴) ۵



۳۹- هر زیرمجموعه n عضوی از مجموعه $\{1, 2, 3, 4, \dots, m\}$ حداقل دو عضو دارد که مجموع آنها ۴۷ است. اگر حداقل مقدار n برابر ۲۵ باشد، بیشترین مقدار m کدام است؟

(۱) ۳۳ (۲) ۳۶ (۳) ۴۰ (۴) ۴۲

۴۰- اگر در گراف ساده G، $|V(G)| = 18$ ، $\Delta(G) = 8$ و $\delta(G) = 3$ باشند، اختلاف بیشترین و کمترین مقدار ممکن برای اندازه گراف G کدام است؟

(۱) ۴۰ (۲) ۳۸ (۳) ۳۹ (۴) ۳۷